ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er OCTOBRE 1945.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE CAULLERY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOLOGIE. — *Les terrains associés aux argiles smectiques dans le pays de Taourirt (Basse Moulouya) au Maroc.* Note [1] de M. **JACQUES DE LAPPARENT.**

Les marnes verdâtres que l'on voit dans le bassin de la Tafna en Algérie se retrouvent dans la région de la Basse Moulouya. Elles représentent une sédimentation franchement marine. C'est sur elles qu'est établi l'ensemble des terrains où se sont développées les argiles smectiques.

Comme il en était en Algérie dans le pays de Turenne et de Lalla Marnia [2], le matériel de ces smectites fut originellement des débris de roches volcaniques vitreuses de caractère principalement acide et qui se détermineraient pétrographiquement soit comme rhyolites ou rhyolitoïdes, soit comme dacites ou dacitoïdes.

Le mur du complexe smectique est constitué par des marnes et argiles *brunissantes* qui dérivent de transformations opérées avant le dépôt smectique sur les marnes verdâtres. Le phénomène est comparable à celui qui, à partir de carbonates du type mésitine, peut provoquer la naissance de *spaths brunissants*, mais le brunissement fut opéré aux dépens des éléments phylliteux des marnes, comme il arrive quand des glauconies se transforment en produits ocreux. Le brunissement est l'indice d'une exondation des dépôts marins qui s'étaient formés.

Au-dessus de ce mur brunissant se tient donc l'ensemble argileux à la base duquel sont développées les argiles smectiques exploitées en divers points de la région. Généralement la formation débute par un lit gris foncé de marnes ou d'argiles sur lesquelles sont plaquées les smectites en une couche de 30^{cm} de puissance moyenne. La smectite est alors surmontée par des marnes vertes qui forment son toit (25^{cm}) et sur lesquelles repose un lit mince de marnes noires ou grises. Sur ce dernier on trouve à nouveau une couche de smectite comparable en épaisseur à la première

---

(1) Séance du 6 août 1945.

(2) *Comptes rendus,* 221, 1945, p. 365.

et dont le toit est constitué par une masse de cinérites dont la puissance peut atteindre 4^m. Ces cinérites sont le même matériel que celui qui a donné naissance aux smectites, à savoir : fins débris de verres volcaniques, acides chargés de mica biotite. Elles contrastent avec l'allure de la smectite par le tourment de stratification qu'elles mettent en évidence, étant à *cross bedding*, comme disent les auteurs anglais, tandis que la smectite ne témoigne que d'une sédimentation calme. Des lits peu épais de marnes vertes et de cinérites surmontent l'ensemble en certaines places. En d'autres on voit, avec une grande constance dans les terrains en Garas, un niveau calcaire ou marneux à Potamides dont l'épaisseur peut atteindre $1^m,50$, mais qui est souvent réduit à une dalle dure de 5 à 10^{cm} de puissance. Dans les Garas la formation est alors interrompue par suite du phénomène de ravinement d'âge probablement pliocène, auquel fit suite le dépôt des grossiers conglomérats caractéristiques de la surface du sol dans le pays.

En allant des Garas vers Camp-Berteaux on voit, dans des coupes où les smectites apparaissent de manière analogue, se réduire l'importance du niveau à Potamides; des argiles grises, des cinérites et marnes apparaissent encore au toit des smectites, mais le niveau à Potamides y est tenu par des calcaires blancs lités où s'amorcent des concrétions siliceuses et où l'on distingue nettement des fragments de tiges de Characées. Ainsi une formation lacustre paraît remplacer latéralement une formation saumâtre. Dans la formation lacustre il y a parfois un très mince lit sépiolitique. Sur les calcaires, par l'intermédiaire de marnes gypseuses, se tiennent des sables.

Au Sud-Est de Camp-Berteaux, sur la rive droite de l'Oued Za, la montagne immédiatement dominante, *El Hamirat*, est faite, à partir des roches du toit des smectites qu'on vient d'énumérer, d'abord de calcaires d'un blanc vif dans lesquels s'intercalent des lits de cinérite à biotite, puis d'une masse d'argiles grises gypseuses de 30^m environ de puissance surmontée d'une dalle dure épaisse de 15^{cm} essentiellement faite de Milioles. Les argiles se creusent naturellement sous cette dalle, ce qui en fait apparaître nettement le niveau dans le paysage. Au-dessus de la dalle à Milioles se tiennent des argiles grises puis des sables gréseux que surmonte un horizon marneux brunissant auquel est superposé un ensemble marneux gris.

Ainsi observe-t-on dans le complexe à smectites, au-dessus des marnes verdâtres franchement marines, les traces de variations du niveau de la mer qui témoignent d'exondations puis de sédimentation saumâtre en certaines places, lacustre en d'autres, de retour de la mer et d'exondations nouvelles. Ajoutons qu'au toit de l'un des gîtes smectiques des Garas furent récemment trouvés les restes d'un Mastodon, parfaitement recon-

naissable à la forme de ses défenses et à la puissance de ses os. Le cadavre de cet animal fut sans doute entraîné par un cours d'eau au large de l'estuaire où se constituaient d'autre part les dépôts à Potamides.

Il arrive en certaines places que le mur de la smectite soit directement fait d'argiles ou marnes brunissantes sans interposition d'argiles grises ou noires. Parfois même la couche inférieure de smectite n'est pas présente, et c'est la seconde qui repose directement sur le mur brunissant. Ainsi s'atteste la transgressivité de l'horizon smectique en la région sur un terrain qui avait subi une légère érosion préalable.

NOMINATIONS.

L'**Association française pour l'avancement des Sciences** invite l'Académie à se faire représenter au Congrès annuel qui aura lieu à Paris, du 20 au 26 octobre 1945.

Le **Bureau** de l'Académie est désigné.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Adolphe Hoffmann, *Coléoptères bruchides et anthribides* (présenté par M. L. Fage).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur deux lemmes de représentation conforme.* Note de M. **Roger Huron**, présentée par M. Henri Villat.

En précisant un lemme de M. J. Leray ([1]), M. J. Kravtchenko ([2]) a obtenu une inégalité concernant la correspondance entre frontières de deux domaines représentés conformément l'un sur l'autre. Le raisonnement de ces auteurs fait appel aux propriétés de la fonction modulaire et comporte la restriction $r < 1/2$ dont le sens sera précisé ci-dessous. L'objet de cette Note est de retrouver directement cette inégalité sans utiliser la fonction modulaire et de s'affranchir de l'hypothèse $r < 1/2$. Notre méthode de démonstration repose sur l'emploi d'un lemme de Mlle J. Ferrand ([3]).

Rappelons le lemme de Mlle Ferrand : soit C_ρ une coupure circulaire de

---

([1]) *Commentarii Mathematici Helvetici*, 8, 1936, p. 260.

([2]) *Journ. Math.*, 3e série, 20, 1941, p. 136.

([3]) *Thèse Sc. Math.*, Paris, n° 2862, p. 24 et suiv.; *Bull. Soc. math. France*, 78, 1942, p. 155.

rayon ρ du cercle-unité (C), centrée au point A de sa circonférence (K); q_ρ la séparatrice qui lui correspond dans le domaine (Γ); pour une plénitude de valeurs de ρ, q_ρ est rectifiable et sa longueur $\lambda(\rho)$ vérifie l'inégalité

$$\int_0^R \frac{\lambda^2(\rho)}{\rho}\,d\rho < \pi\sigma, \tag{1}$$

σ étant l'aire intérieure du domaine (Γ).

I. Si ρ_1 et ρ_2 ($0 \leqq \rho_1 < \rho_2 < R$) sont des rayons de deux coupures circulaires de (C), on a

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{\lambda^2(\rho)}{\rho}\,d\rho \leqq \int_0^R \frac{\lambda^2(\rho)}{\rho}\,d\rho < \pi\sigma;$$

on en déduit, Λ_1 étant la limite inférieure des longueurs des séparatrices q_ρ comprises entre q_{ρ_1} et q_{ρ_2},

$$\Lambda_1^2 < \frac{\pi\sigma}{\operatorname{Log}\frac{\rho_2}{\rho_1}}. \tag{2}$$

II. Reprenons les notations de M. Kravtchenko (*loc. cit.*, p. 139) et transformons conformément (Γ) en le cercle-unité de telle manière qu'aux points $\alpha_1\alpha_3\alpha_4$ de Γ' correspondent les points ACD de (K) (AC = AD = 1); B, image de α_2, est alors sur le petit arc $\overset{\frown}{AC}$; posons AB = ρ. Les longueurs des chemins correspondant dans (Γ) aux coupures circulaires de centre A et de rayon ρ' ($\rho \leqq \rho' \leqq 1$) ont un minimum Λ_1 vérifiant, d'après I, l'inégalité

$$\Lambda_1^2 \leqq \frac{\pi\sigma}{\log\frac{1}{\rho}}.$$

Or ces chemins sont inclus dans ceux joignant intérieurement à (C) les images $\overset{\frown}{BC}$ et $\overset{\frown}{DA}$ de $\overset{\frown}{\alpha_2\alpha_3}$ et $\overset{\frown}{\alpha_4\alpha_1}$. Si Λ désigne la plus courte longueur de ces chemins on a

$$\Lambda^2 \leqq \frac{\pi\sigma}{\log\frac{1}{\rho}}. \tag{3}$$

Soit I le point diamétralement opposé à A sur (K), θ l'angle polaire de B, I étant le pôle et IA l'axe polaire, r le rapport anharmonique (CBDA)

$$r = \left(\frac{1}{\sqrt{3}},\ \operatorname{tang}\theta,\ -\frac{1}{\sqrt{3}},\ 0\right) = \frac{2\sqrt{3}\operatorname{tang}\theta}{1+\sqrt{3}\operatorname{tang}\theta}.$$

On trouve $\rho^{-2} = 3r^{-2} - 3r^{-1} + 1$ et l'on vérifie que, θ variant de 0 à $\pi/6$, la quantité $1/\rho^2 - \sqrt{1/r}$ est positive; (3) donne alors

$$\Lambda^2 < \frac{4\pi\sigma}{\operatorname{Log}\frac{1}{r}} \qquad (0 < r < 1) \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

Considérons maintenant une transformation *quelconque* transformant conformément (Γ) en (C). Les points $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$ de Γ′ auront pour images $A_1B_1C_1D_1$. On démontre que $(A_1B_1C_1D_1) = (ABCD)$. Par une projection stéréographique ou passe au lemme de M. Kravtchenko.

Remarques. — $\delta = (1/\rho^2) - (1/r^2)$ est positif pour $0 < r < (1/2)$; dans ces conditions

$$\Lambda^2 \leq \frac{\pi\sigma}{\operatorname{Log}\frac{1}{r}}.$$

Par contre $\delta = (1/\rho^2) - (1/r^3)$ est toujours négatif.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'équation différentielle de M. Löwner.* Note de M. **Menahem Schiffer**, présentée par M. Paul Montel.

Considérons dans le plan w une courbe $\mathcal{C}$ admettant la représentation paramétrique $w = w(\tau)$, $0 \leq \tau \leq \infty$, $w(\tau) \neq 0$, $w(\infty) = \infty$, où $w(\tau)$ dépend de τ de façon continue. Désignons par $\mathcal{C}(t)$ la courbe ayant la représentation paramétrique $w(\tau)$, $t \leq \tau \leq \infty$, et soit

$$f(z;t) = \gamma(t)[z + a_2(t)z^2 + \ldots]$$

la fonction représentant le cercle unité $|z| < 1$ sur le plan w, muni de la fente $\mathcal{C}(t)$. D'après K. Löwner ([1]), $f(z, t)$ est dérivable par rapport à t et, pour τ choisi convenablement, on a

$$(1) \qquad \frac{\partial}{\partial t} f(z;t) = z\frac{1+\varkappa z}{1-\varkappa z}\frac{\partial}{\partial z} f(z;t) \qquad |\varkappa(t)| = 1,$$

avec une fonction $\varkappa = \varkappa(t)$ de module 1, continue en t.

$\varkappa(t)$ est une fonction de la ligne $\mathcal{C}$; sa détermination pour une courbe $\mathcal{C}$ donnée est un problème difficile. Il nous paraît donc intéressant de pouvoir caractériser cette fonction pour une classe assez étendue de courbes $\mathcal{C}$. Soit $P_n(x)$ un polynome en x de degré n. Considérons une courbe $\mathcal{C}$ avec une représentation paramétrique $w(t)$ satisfaisant à l'équation différentielle

$$(2) \qquad \mathcal{J}\{ w'(t)^2 w(t)^{-3} P_n[w(t)^{-1}] \} = 0.$$

Des courbes de ce type jouent un rôle important dans le problème des coefficients des fonctions univalentes ([2]). Pour cette classe de courbes $\mathcal{C}$, on peut énoncer une propriété importante de $\varkappa(t)$.

Soit $f(z;t)$ la fonction univalente adjointe à $\mathcal{C}(t)$; on a évidemment, pour $|z| = 1$,

$$(3) \qquad \mathcal{J}\left\{ \left(z\frac{\partial}{\partial z} f(z;t)\right)^2 f(z;t)^{-3} P_n[f(z;t)^{-1}] \right\} = 0.$$

([1]) *Math. Annalen*, 89, 1923, pp. 103-121.

([2]) M. Schiffer, *Proc. London Math. Society*, (2), 44, 1938, pp. 432-449.

La fonction $f(z;t)$ est régulière sur la frontière du cercle-unité à l'exception d'un pôle double, correspondant au point à l'infini sur $\mathcal{C}(t)$. Mais le terme $[(\partial/\partial z)f]^2 . f^{-3}$ est régulier même en ce point; donc, on tire de (3), à l'aide du principe d'inversion de Schwarz, l'identité

$$(4)\qquad \left(z\frac{\partial}{\partial z}f(z;t)\right)^2 f(z;t)^{-3}\mathrm{P}_n[f(z;t)^{-1}] = q_{n+1}(z;t) = \sum_{\rho=-(n+1)}^{(n+1)} \mathrm{A}_\rho(t)z^\rho,$$

avec

$$\mathrm{A}_{-\rho}(t) = \overline{\mathrm{A}_\rho(t)}.$$

Pour t fixe, on a

$$(4')\qquad \int_0 \sqrt{q_{n+1}(z;t)}\frac{dz}{z} = \int_0^{f(z;t)} \sqrt{\mathrm{P}_n\left(\frac{1}{x}\right)\frac{1}{x^3}}\,dx = \mathcal{J}\{f(z;t)\}.$$

Donc $\mathcal{J}\{f(z;t)\}$ satisfait à la même équation différentielle partielle (1) que $f(z;t)$ et, en introduisant $q_{n+1}(z;t)$ à l'aide de (4'), on obtient après des transformations élémentaires l'équation différentielle

$$(5)\qquad \frac{\partial}{\partial t}q_{n+1}(z;t) = z\frac{1+\varkappa z}{1-\varkappa z}\frac{\partial}{\partial z}q_{n+1}(z;t) + \frac{4\varkappa z}{(1-\varkappa z)^2}q_{n+1}(z;t).$$

En comparant le coefficient de z^ν dans les deux membres de l'équation, on obtient pour les $\mathrm{A}_\nu(t)$ l'équation différentielle

$$(6)\qquad \mathrm{A}'_\nu(t) = \nu\mathrm{A}_\nu(t) + 2\sum_{\rho=-(n+1)}^{\nu-1}(2\nu-\rho)\mathrm{A}_\rho(t)\varkappa(t)^{\nu-\rho} \qquad [\nu=-(n+1),\ \ldots,\ (n+1)].$$

Dans l'équation (5), il n'y a pas de termes en z^{n+2} ou z^{n+3}; donc nécessairement

$$(7)\qquad (2n+4)\sum_{\rho=-(n+1)}^{n+1}\mathrm{A}_\rho\varkappa^{n+2-\rho} - \sum_{\rho=-(n+1)}^{n+1}\rho\mathrm{A}_\rho\varkappa^{n+2-\rho} = 0,$$

$$(7')\qquad (2n+6)\sum_{\rho=-(n+1)}^{n+1}\mathrm{A}_\rho\varkappa^{n+3-\rho} - \sum_{\rho=-(n+1)}^{n+1}\rho\mathrm{A}_\rho\varkappa^{n+3-\rho} = 0,$$

ce qui entraîne les équations

$$(8)\qquad \sum_{\rho=-(n+1)}^{n+1}\mathrm{A}_\rho\varkappa^{-\rho} = 0, \qquad\qquad (8')\qquad \sum_{\rho=-(n+1)}^{n+1}\rho\mathrm{A}_\rho\varkappa^{-\rho} = 0.$$

On voit aisément que les équations (8) et (8') sont nécessaires et suffisantes pour que $q_{n+1}(z;t)$ ait la forme demandée. D'ailleurs, (8') est une conséquence de (8) et des équations différentielles (6) pour les $\mathrm{A}_\nu(t)$.

Les équations (8) et (8') sont homogènes et linéaires par rapport aux $\mathcal{A}_\nu(t)$. En dérivant par rapport à t et en éliminant les $\mathrm{A}'_\nu(t)$ à l'aide des formules (6), on obtient de nouvelles expressions homogènes et linéaires par rapport aux A_ν,

avec des coefficients dépendant de $\varkappa(t)$ et de $\varkappa'(t)$. Par différentiations successives, on obtient finalement $(2n+3)$ équations linéaires pour les $(2n+3)$ termes A'_ν, avec des coefficient dépendant de $\varkappa(t)$ et de ses $(2n+1)$ premières dérivées. Il faut donc que le déterminant de ce système d'équations linéaires et homogènes soit égal à zéro, ce qui donne une équation différentielle à coefficients constants pour $\varkappa(t)$, d'ordre $(2n+1)$ au plus. Donc, dans le cas d'une fente (2), la fonction $\varkappa(t)$ satisfait à une équation différentielle et le problème de la représentation conforme du plan muni de cette fente sur le cercle-unité se réduit à l'intégration d'un système d'équations différentielles ordinaires.

Pour $n=1$ par exemple, on établit pour $\varkappa(t)$ l'équation algébrique

$$(9) \qquad 2\mathcal{C}\, e^{-2t}\varkappa(t)^2 + \mathcal{D}\, e^{-t}\varkappa(t) - \overline{\mathcal{D}}\, e^{-t}\varkappa(t)^{-1} - 2\,\overline{\mathcal{C}}\, e^{-2t}\varkappa(t)^{-2} = 0,$$

avec les constantes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de fractions rationnelles à zéros et pôles réels.* Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

Soit une suite de fractions rationnelles $R_1(z)$, $R_2(z)$, ..., $R_n(z)$, ... ayant chacune tous ses zéros et tous ses pôles réels et soit $\varphi(n)$ une fonction positive de l'entier n.

I. Supposons d'abord tous les zéros et tous les pôles de $R_n(z)$ compris entre deux nombres fixes a et b. Appelons p_n et q_n les degrés du numérateur et du dénominateur de $R_n(x)$, A_n et B_n les coefficients de z^{p_n} et z^{q_n} au numérateur et au dénominateur, et $\nu_n(x)$ le nombre de zéros de $R_n(z)$ *au plus égaux à* x diminué du nombre de pôles $\leq x$.

Nous considérerons les deux cas suivants :

a. Le rapport $[\nu_n(x)]/[\varphi(n)]$ reste borné indépendamment de x et de n.

b. On a, quel que soit n et quel que soit x, $\nu_n(x) \geq 0$.

Dans le cas *a*, pour que la suite des fonctions $1/[\varphi(n)]\log|R_n(z)|$ soit convergente en dehors du segment $[a, b]$, il faut et il suffit que :

1° la suite des fonctions M_n définies par $M_n(t) = \frac{1}{\varphi(n)}\int_a^t \nu_n(u)\,du$ soit convergente sur le segment $[a, b]$ vers une fonction limite M ;

2° $(p_n - q_n)/[\varphi(n)]$ ait une limite finie h;

3° $1/[\varphi(n)]\log|A_n/B_n|$ ait une limite finie λ.

Pour le cas *b*, il faut remplacer dans (1) *convergente* par *vaguement convergente* (1).

Dans les deux cas, la convergence de $1/[\varphi(n)]\log|R_n(z)|$ dans un domaine D

(1) Étant donnée une suite de fonctions croissantes ψ_n définies sur un certain intervalle, fini ou non, nous disons qu'elle est vaguement convergente sur cet intervalle vers une fonction croissante ψ si $\psi_n(t)$ tend vers $\psi(t)$ pour toutes les valeurs de t pour lesquelles ψ est continue et aux extrémités de l'intervalle lorsque celles-ci sont finies.

ou sur un segment $[\alpha, \beta]$ de l'axe réel extérieur à $[a, b]$ entraîne la convergence partout en dehors de $[a, b]$ et la connaissance de la limite détermine la fonction M ([2]) et les constantes h et λ.

Dans le cas où le rapport $\max(p_n, q_n)/\varphi(n)$ reste borné, qui est un cas particulier de a, la condition 1° pourrait être remplacée par celle que la suite des fonctions μ_n définies par $\mu_n(t) = 1/[\varphi(n)]\nu_n(t)$ soit convergente en moyenne sur $[a, b]$ vers une fonction μ ([3]).

Exemple. — Soit $P_0(z)$, $P_1(z)$, ..., $P_n(z)$, ... une suite de polynomes orthogonaux sur le segment $[-1, +1]$ et normés. On sait que ces polynomes ont tous leurs zéros réels et compris entre -1 et $+1$, les zéros de $P_n(z)$ et $P_{n+1}(z)$ étant entrelacés. De plus, moyennant des conditions trés générales, le rapport $[P_{n+1}(z)]/[P_n(z)]$ tend, à l'extérieur du segment $[-1, +1]$, vers la racine de plus grand module de l'équation $X^2 - 2zX + 1 = 0$. Le résultat relatif au cas b montre que, si l'on désigne par $x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, \ldots, x_n^{(n)}$ les zéros de $P_n(x)$, pour tout x compris entre -1 et $+1$, l'expression $\sum_{x_r^{(n)} \leq x} [x_r^{(n)} - x_r^{(n+1)}]$ tend vers $[x(\pi - \operatorname{Arc}\cos x) + \sqrt{1 - x^2}]/\pi$.

II. Supposons maintenant tous les zéros et tous les pôles de $R_n(z)$ inférieurs à un nombre fixe a. Désignons par $\alpha_1^{(n)}, \ldots, \alpha_r^{(n)}, \ldots$ les zéros et par $\beta_1^{(n)}, \ldots, \beta_r^{(n)}, \ldots$ les pôles et appelons $\nu_n(x)$ le nombre de zéros de $R_n(z)$ *au moins égaux à x* diminué du nombre de pôles $\geq x$.

Soit A un nombre réel quelconque supérieur à a et supposons que l'on est dans l'un des deux cas suivants :

a. L'expression $\dfrac{1}{\varphi(n)} \operatorname{Max} \left[\sum \dfrac{1}{A - \alpha_r^{(n)}}, \sum \dfrac{1}{A - \beta_r^{(n)}} \right]$ reste bornée;

b. On a, quel que soit n et quel que soit x, $\nu_n(x) \geq 0$.

Pour que, dans le domaine constitué par le plan privé du segment $[-\infty, a]$ de l'axe réel, la détermination réelle pour z réel $> a$ de $1/[\varphi(n)] \log[R_n(z)]/[R_n(A)]$ converge vers une fonction limite $\Psi_A(z)$, il faut et il suffit que :

1° La suite des fonctions M_n définies pour $t \leq a$ par $M_n(t) = \dfrac{-1}{\varphi(n)} \displaystyle\int_t^a \nu_n(u)\,du$ soit : convergente pour le cas a, vaguement convergente pour le cas b, vers une fonction limite M;

2° L'expression $\dfrac{1}{\varphi(n)} \left[\sum \dfrac{1}{A - \alpha_r^{(n)}} - \sum \dfrac{1}{A - \beta_r^{(n)}} \right]$ ait une limite finie h.

La convergence de $1/[\varphi(n)] \log|c_n R_n(z)|$, avec des coefficients c_n conve-

---

([2]) Pour le cas b, il faut observer que deux fonctions croissantes définies sur un même intervalle sont regardées comme équivalentes si elles ont mêmes points de discontinuité et sont égales en tous leurs points de continuité et aux extrémités de l'intervalle lorsque celles-ci sont finies.

([3]) C'est-à-dire que $\displaystyle\int_a^b |\mu_n(t) - \mu(t)|\,dt$ tende vers o.

nables, dans un domaine ou sur un segment de l'axe réel à droite du point a suffit à entraîner ces conditions. La connaissance de la limite détermine la fonction M et la constante h.

Dans le cas a, la condition 1° pourrait être remplacée par celle que la suite des fonctions μ_n définies par $\mu_n(t) = 1/[\varphi(n)]\nu_n(t)$ converge en moyenne sur tout intervalle fini vers une fonction μ.

Exemple. — Les polynomes à coefficients réels définis par

$$P_0(z) = 1, \qquad P_1(z) = \alpha z + \beta,$$
$$(n+a)P_{n+1}(z) - (2n+b+cz)P_n(z) + (n+d)P_{n-1}(z) = 0,$$

avec $a > -1$, $d > -1$, $c > 0$, $\alpha > 0$, ont tous leurs zéros réels et $< \mathrm{Max}[x_0, (1-\beta)/\alpha]$, avec $x_0 = (a+d-b)/c$, les zéros de $P_n(z)$ et de $P_{n+1}(z)$ étant entrelacés.

De plus, pour x réel et $> x_0$, $\sqrt{n}\log[P_{n+1}(x)]/[P_n(x)]$ tend vers $\sqrt{c(x-x_0)}$.

Le résultat relatif au cas (b) montre que, si l'on désigne par $x_1^{(n)}$, $x_2^{(n)}$, ..., $x_n^{(n)}$ les zéros de $P_n(z)$, pour $x \leqq x_0$ l'expression $\sqrt{n} \sum_{x_r^{(n)} \geqq x} [x_r^{(n+1)} - x_r^{(n)}]$ tend vers $2\sqrt{c}(x_0 - x)^{3/2}/(3\pi)$.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Sur les phénomènes de rétablissement de la tension d'étincelle en très haute fréquence.* Note de M. **Stanislas Teszner**, présentée par M. Camille Gutton.

Dans une précédente Note, nous avons esquissé le mécanisme de l'élévation de la tension équivalente de l'étincelle pour de très hautes fréquences du courant et nous avons montré l'importance que jouent, ici, les pointes dites de rétablissement ou de réamorçage de la tension. Dans la présente Note, nous nous proposons d'analyser plus en détail l'entité physique de ces phénomènes. Comme précédemment, nous supposerons pratiquement inexistante l'émission thermoionique à partir des électrodes.

Pour assurer le rétablissement de l'étincelle avec le courant inversé : *a.* les électrons séparés de la nouvelle anode par l'écran des ions positifs, reliquat de l'espace cathodique de la précédente demi-période, devront être amenés à l'anode; *b.* un champ capable de provoquer, en un temps extrêmement bref, un flot d'électrons devra être produit dans le nouvel espace cathodique. La condition *a* exigera le développement des tensions V_1, V_2, amenant les électrons sur la nouvelle anode; la condition *b* demandera une tension V_3, déterminant le champ défini ci-dessus.

Il est visible que la tension V_1 aura pour effet de compenser la pointe dite d'extinction; seules donc les tensions V_2 et V_3 entreront en ligne de compte pour la formation de la pointe de rétablissement.

Envisageons le cas d'un circuit oscillant comportant une étincelle.

L'extinction passagère de celle-ci provoquant l'ouverture du circuit, déclenche une oscillation avec pulsation $\omega_0 \geq 2\omega_f$ (ω_f — pulsation du circuit, fermé par l'étincelle). Si l'on néglige l'amplitude V_1 de la pointe d'extinction vis-à-vis de la tension U de charge du circuit, le rétablissement de la tension tendra à se faire suivant la loi : $u = 2U \sin\omega_0 t$. Cette montée de la tension sera arrêtée par le rétablissement de la décharge, qui se produira dès que les conditions *a* et *b* seront réalisées. Plus la montée de la tension u sera rapide, plus les tensions nécessaires à satisfaire ces conditions seront élevées; l'amplitude $(V_2 + V_3)$ augmentera, ainsi, avec ω_0 et U. Par ordre logique, considérons d'abord la tension V_3.

Des mécanismes possibles de formation de l'avalanche électronique dans l'espace cathodique nous retiendrons, en très haute fréquence, surtout l'extraction massive d'électrons de la cathode par le champ électrique, comme paraissant la plus apte à provoquer la formation massive d'électrons, en un temps extrêmement bref qui est ici requis. La tension V_3 sera appliquée entre la cathode et la charge des ions positifs la plus proche, soit dans l'ancien espace anodique. En très haute fréquence, de l'ordre de 10^8 p/s et davantage, où l'on peut admettre que les charges des ions positifs demeurent pratiquement immobiles, il paraît plausible de prendre pour d_1, épaisseur de l'intervalle considéré, une limite supérieure du libre parcours électronique à la température estimée de l'espace gazeux (de l'ordre de 5000° K), soit, dans l'air à la pression atmosphérique, de l'ordre de 10^{-3} cm. Or, comme il faut un champ de l'ordre de 1000 kV/cm pour provoquer une extraction massive d'électrons, on trouve que la limite supérieure de V_3 serait de l'ordre de 1000 volts.

C'est effectivement la pointe de rétablissement que l'on trouve expérimentalement en moyenne fréquence, de l'ordre de 10^6 p/s, lorsque la tension V_2 est encore pratiquement négligeable. En effet, tandis que la tension V_3 *varie assez faiblement* avec la fréquence (lorsque celle-ci augmente, d'une part, le temps dévolu à la formation de l'avalanche diminue, mais, d'autre part, l'intervalle d_1 décroît également), par contre, la tension V_2 paraît suivre, en fonction de la fréquence, une *loi de variation assez rapide.*

Pour déduire l'expression de V_2, admettons la loi de variation de la vitesse des électrons suivant la racine carrée du champ électrique (loi valable pour champs élevés); on peut alors écrire

$$\frac{dx}{dt} = k\sqrt{\frac{2U(\sin\omega_0 t - \sin\omega_0 t_i)}{d_2 - x}},$$

où x est la variable distance, t, variable temps; t_i, origine de temps, d_2, intervalle séparant les électrons de l'anode; k, constante, égale, dans l'air et à la pression atmosphérique, à $4{,}3.10^6$ en système C. G. S.

Étant donné que $\omega_0 t$ et $\omega_0 t_i$ sont également très faibles vis-à-vis de $\pi/2$,

on pourra confondre le sinus avec l'angle et l'on trouve

$$\int_0^{d_2}\sqrt{d_2 - x}\,dx = \sqrt{2k^2\omega_0 U}\int_{t_i}^{t_2}\sqrt{t - t_i}\,dt,$$

d'où

$$V_2 \simeq 2U\omega_0(t_2 - t_i) = \left(\frac{2\omega_0 U}{k}\right)^{\frac{2}{3}} d_2 \text{ en U.C.G.S.}$$

Fixons les idées sur quelques ordres de grandeur. Prenons

$$d_2 = d_1 = 10^{-3}\,\text{cm},$$

ce qui est manifestement une limite supérieure;

$$U = 30\,000\,\text{V} = 100\ \text{U.C.G.S.}; \qquad \omega_0 = 10^8.$$

On trouve alors

$$V_2 \simeq 0{,}3\ \text{U.C.G.S.},$$

donc pratiquement négligeable vis-à-vis de V_3. Par contre, si l'on prend

$$\omega_0 = 4\pi.10^9\ \text{p/s} \qquad (\text{donc } f_0 = 2.10^9\ \text{p/s et } f_f \leq 10^9\ \text{p/s}),$$

on trouve

$$V_2 \simeq 6{,}9\ \text{U.C.G.S.} \simeq 2000\,\text{V}.$$

La présence de cette composante triple ici l'amplitude de la pointe de rétablissement.

On remarque que V_2 croît de même suivant la puissance 2/3 de U et d'autre part qu'avec l'augmentation de la pointe, la durée totale du régime de rétablissement augmente également. On conçoit ainsi les raisons pour lesquelles l'application des étincelles, sous leur forme classique, à la production des oscillations peu amorties des fréquences de l'ordre de 10^9 p/s, doive se heurter à de grosses difficultés.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Sur l'effet de scintillation.*

Note de M. **André Blanc-Lapierre**, présentée par M. Aimé Cotton.

A. *Introduction.* — Johnson [1] a montré que l'effet de grenaille d'un courant thermoélectronique présente souvent, aux très basses fréquences et pour les fortes valeurs du courant moyen, une composante spectrale d'intensité anormalement grande. Le phénomène qui se superpose alors à l'effet de grenaille

---

(1) *Phys. Review*, **26**, 1925, pp. 71-85.

pur est connu sous le nom d'*effet de scintillation.* Schottky [2] l'attribue à des modifications désordonnées des propriétés émissives de la cathode dues aux fluctuations du nombre d'atomes adsorbés à la surface de cette dernière. Plus récemment, Surdin [3] a montré que l'effet de scintillation pouvait aussi être expliqué par les fluctuations du nombre des électrons libres dans le métal, et ainsi, être rattaché à l'effet Bernamont [4].

Dans les deux cas on est conduit à étudier les fluctuations du nombre de particules qui se trouvent dans un certain état (électrons libres ou atomes adsorbés). Les deux points de vue conduisent à des hypothèses mathématiques équivalentes. Je vais indiquer une méthode de calcul, que j'explicite en adoptant la terminologie de Schottky.

Les hypothèses sont les suivantes :

1° Les instants où un atome se fixe sur la surface sont répartis à la Poisson (densité ρ).

2° La probabilité pour qu'un atome fixé en t_0 quitte la surface entre t et $t+dt$ est $(1/\tau)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$; les atomes sont indépendants les uns des autres.

n_1 et n_2 étant les nombres d'atomes respectivement présents sur la surface en t_1 et t_2, je me propose d'étudier l'ensemble des deux variables aléatoires liées n_1 et n_2.

B. *Méthode de calcul.* — Le plus simple est de calculer la fonction caractéristique associée $\Phi[u_1, u_2]$. On peut supposer l'axe des temps divisé en petits intervalles égaux Δt_j; soient n_j le nombre d'atomes fixés durant Δt_j, $n_{1,j}$ et $n_{2,j}$ ceux qui sont encore présents respectivement en t_1 et t_2. On a

$$(1)\qquad n_1=\sum_j n_{1,j} \quad \text{et} \quad n_2=\sum_j n_{2,j}.$$

A cause de l'indépendance statistique des différentes cases, on a

$$(2)\qquad \mathrm{L}\Phi\{u_1, u_2\}=\sum_j \mathrm{L}\{\overline{e^{iu_1n_{1j}+iu_2n_{2j}}}\}=\sum_j \mathrm{L}\Phi_j;$$

$\mathrm{L}\Phi_j$ est la contribution à $\mathrm{L}\Phi$ de la case Δt_j. Le calcul de $\mathrm{L}\Phi_j$ résulte de la considération des différentes éventualités intéressant cette case. On peut, *a priori*, dans le calcul de $\mathrm{L}\Phi_j$, négliger les infiniment petits en Δt d'ordre égal ou supérieur au second. Voici, pour les diverses positions de t_j par rapport à t_1 et t_2 ($t_1 < t_2$), les différents cas possibles avec les probabilités respectives :

---

(2) *Phys. Review*, **28**, 1926, pp. 74-103.
(3) *Journal de Physique*, **10**, 1939, p. 188.
(4) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1755.

		$n_{j'}$	$n_{1,j'}$	$n_{2,j'}$	Probabilités.
1° $t_j < t_1 < t_2$.	a.	0.......	0	0	$1 - \rho\,\Delta t$
	b.	1.......	0	0	$\rho\,\Delta t\left[1 - e^{-\frac{t_1 - t_j}{\tau}}\right]$
			1	0	$\rho\,\Delta t\left[e^{-\frac{t_1 - t_j}{\tau}} - e^{-\frac{t_2 - t_j}{\tau}}\right]$
			1	1	$\rho\,\Delta t\, e^{-\frac{t_2 - t_j}{\tau}}$
2° $t_1 < t_j < t_2$.	a.	0.......	0	0	$1 - \rho\,\Delta t$
	b.	1.......	0	0	$\rho\,\Delta t\left[1 - e^{-\frac{t_2 - t_j}{\tau}}\right]$
			0	1	$\rho\,\Delta t\, e^{-\frac{t_2 - t_j}{\tau}}$

On calcule alors $L\Phi$ par sommation.

C. *Résultats.* — On obtient, quels que soient ρ et τ,

$$(3)\qquad L\Phi = \rho\tau\left\{(e^{iu_1} - 1) + (e^{iu_2} - 1) + (e^{iu_1} - 1)(e^{iu_2} - 1)\,e^{-\frac{|t_2 - t_1|}{\tau}}\right\}.$$

La relation (3) donne tout de suite tous les moments $\overline{n_1^{p_1} n_2^{p_2}}$ (p_1 et p_2 entiers positifs). En particulier, on a

$$(4)\qquad \overline{n_1 n_2} = \rho\tau\, e^{-\frac{|t_2 - t_1|}{\tau}}.$$

Pour $\rho\tau$ très grand, comme dans le cas de l'effet de grenaille pur [5], on peut introduire l'approximation laplacienne tangente. Elle s'exprime simplement en posant $n' = n - \overline{n}/\sqrt{\rho\tau}$. La probabilité d'avoir $n'_1 = X_1$ et $n'_2 = X_2$ (à dX_1 et dX_2 près) est donnée par

$$(5)\qquad dP = \frac{1}{2\pi}\,\frac{1}{\sqrt{C^2(0) - C^2(\theta)}}\,e^{-\frac{1}{2}\,\frac{C(0)[X_1^2 + X_2^2] - 2C(\theta)X_1X_2}{C^2(0) - C^2(\theta)}}\,dX_1\,dX_2,$$

où

$$C(\theta) = e^{-\frac{|\theta|}{\tau}} \qquad \text{avec } \theta = t_2 - t_1.$$

Ces fluctuations sont analogues aux fluctuations de d. d. p. observées aux bornes d'une résistance pure shuntée par son condensateur.

HYDROLOGIE. — *La répartition de la date médiane de la crue de printemps en U. R. S. S.* Note de M. **Vladimir Frolow.**

L'objet de cette Note est de faire ressortir que l'étude de la répartition géographique de la médiane d'une grandeur hydrologique, donne un moyen de reconnaître et d'apprécier l'influence de la morphologie du bassin sur l'écoulement. Je donne dans une autre publication l'application de cette méthode à un territoire restreint, mais il est utile d'en faire une à un territoire beaucoup plus vaste. Cette Note est justement consacrée à la

---

[5] Blanc-Lapierre, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 42.

partie européenne de l'U. R. S. S., à l'exclusion de la bordure occidentale de ce pays. On s'est donc placé volontairement dans les limites d'un régime d'alimentation de l'écoulement fluvial caractérisé par la crue principale de printemps due à la fonte des neiges. On est ici en présence d'un phénomène bien défini, conditionné surtout par la température et par la quantité de neige conservée au moment de l'établissement des températures positives. Les données utilisées s'étendent de 1881 à 1910.



Surface grisée : au-dessus de 200m.

La carte accompagnant cette Note montre, par la grosseur du trait, la répartition de la date médiane du maximum de la crue de printemps. On y voit que cette répartition est loin de suivre la règle simple d'un retard augmentant vers le Nord sous l'influence normale de la latitude.

Celle-ci apparaît cependant lorsqu'on compare les hauts cours, où la date médiane du maximum de printemps varie entre la fin mars (Donietz du Nord), au Sud, et le début mai (Kolva), au Nord. Mais le fait important, visible sur la carte, est l'avance de cette date dans la région des sources

du Don, du Donietz du Nord et de l'Oka par rapport à celle du Dniepr et de ses affluents. La première de ces deux régions est celle des hauteurs de la Russie centrale, restée en dehors du glacier du Nord, et moins boisée actuellement que la plaine du Dniepr. La différence de date constatée montre l'influence combinée des pentes et de la couverture sur la rapidité de la concentration de la crue de printemps. L'effet de la fonte des neiges sur les collines précède de 10 à 15 jours celui de la fonte dans les plaines d'altitude moindre et de formations de couverture absorbant un volume d'eau plus grand. La différence entre le cours supérieur du Don et les sources de la Soj, situées plus à l'Est, est très significative à ce dernier égard. La Soj est dans les dépôts glaciaires, et il y a un retard de date médiane du maximum de printemps de 7 jours. De même pour la région de la Moskva comparée à celle de l'Oka supérieure. Ici l'importance de l'alimentation par les eaux retardées par le sol et la couverture végétale ressort du fait que la crue de date médiane sur le cours moyen de l'Oka n'est pas aussi avancée comme on aurait dû s'y attendre d'après la date aux sources de l'Oka.

Dans la partie Ouest de la carte, la Pripiat montre une avance considérable, que l'on apprécie en comparant sa date à celle du Dniestr. Les conditions du bassin de la Pripiat sont assez différentes du reste du territoire étudié. L'absence de pente y détermine l'accumulation de masses considérables des eaux superficielles ou sub-superficielles des marais, ce qui avance la fonte des neiges.

Ainsi la méthode des médianes permet de caractériser le territoire étudié, en ce qui concerne la dépendance de l'écoulement de la morphologie du bassin, d'une manière particulière, comportant l'évaluation numérique des différences. Ceci peut justifier son application.

En comparant la carte accompagnant cette Note avec celle que l'on obtient par l'application de la méthode d'analyse par combinaisons linéaires d'ordonnées due à M. et Mme Labrouste (2), on voit un très bon accord entre les résultats des deux méthodes. Chacune d'elles a ses qualités et son champ d'application. Tandis que la méthode de M. et Mme Labrouste ne demande que cinq années d'observations *continues* pour que l'on puisse bien isoler la composante annuelle et étudier la répartition de sa phase aux différentes échelles, celle des médianes n'est applicable que sur des séries longues d'une trentaine d'années. Mais dans ce cas les séries peuvent être *discontinues*, ne laissant subsister que les observations relatives au phénomène précis envisagé. L'utilisation des deux méthodes permet l'exploitation de presque toutes les séries hydrométriques dans les investigations des rapports entre les formes du bassin et l'écoulement.

---

(2) *Comptes rendus*, **211**, 1940, pp. 506-507.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'altitude des couches luminescentes de la haute atmosphère.* Note de MM. **Jean Dufay** et **Tcheng Mao-Lin**, présentée par M. Charles Fabry.

1. La mesure de l'intensité des radiations à différentes distances du zénith permet en principe d'évaluer l'altitude des couches atmosphériques luminescentes pendant la nuit. Près de l'horizon en effet, l'intensité dépend à la fois de la distance zénithale et de l'altitude; dans le cas d'une couche *mince*, elle s'exprime par une formule simple, aujourd'hui classique.

La méthode suppose évidemment que l'intensité des radiations est, au même instant, la même au zénith de stations distantes de plusieurs centaines de kilomètres. Or il n'en est certainement rien. Des observations préliminaires, faites en visant simultanément dans trois azimuts différant de 90 et 180°, à la même distance zénithale (70°), nous ont en effet montré que, par ciel pur, l'intensité d'une raie pouvait varier d'un point à l'autre dans le rapport de 1 à 2 ou 2,5. L'hétérogénéité des couches luminescentes rend ainsi illusoire toute tentative de mesure d'altitude basée sur une seule nuit d'observation, et c'est tout au plus si l'on peut conserver l'espoir d'atteindre une altitude moyenne raisonnable en prenant la moyenne des mesures faites pendant un grand nombre de nuits. Elvey et Miss Farnsworth (1), qui ont bien vu cette difficulté, ont ainsi pris la moyenne de 25 observations distinctes.

2. Mais il existe une autre raison de mettre en doute l'exactitude des résultats publiés par ces auteurs aussi bien que par Abadie, Vassy et Mme Vassy (2). La lumière reçue en visant assez près de l'horizon contient une forte proportion de lumière diffusée (3). Pour chercher à en tenir compte, Elvey et Miss Farnsworth se sont bornés à diviser arbitrairement par 2 les coefficients d'absorption atmosphériques, tandis qu'Abadie, Vassy et Mme Vassy négligeaient complètement la lumière diffusée.

3. Pendant les années 1942 et 1943, nous avons effectué à l'Observatoire de Haute Provence une centaine de mesures du rapport K entre les intensités à 70° du zénith (généralement vers l'Ouest) et à 20° du zénith (généralement vers l'Est). Les deux régions étaient visées simultanément avec le même spectrographe, au moyen d'un prisme à réflexion totale. Nos mesures photométriques, dont la technique a été indiquée dans une Note précédente (4), ont porté sur les raies 5577 Å et 6300 Å de l'oxygène et sur la raie 5892 Å du sodium; elles ont été corrigées du fond continu superposé.

---

(1) *Astrophysical Journal*, **96**, 1942, p. 451.

(2) *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 610; **218**, 1944, p. 164; *Journal de Physique* (VIII), 5, 1944, p. 21 S.

(3) J. Dufay, *Thèse*, Paris, p. 133.

(4) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 802.

Les courbes de fréquence des rapports K relatifs aux trois raies montrent une grande dispersion, mais aussi des maxima fort nets pour des valeurs de K comprises entre 2,0 et 2,2. Pour calculer les moyennes les plus probables, nous éliminons, dans le cas de la raie rouge observée vers l'Ouest, les poses commencées moins de 1 heure 30 minutes après la fin du crépuscule astronomique, pour éviter l'excitation postcrépusculaire de la raie. Dans le cas des raies verte et jaune, nous éliminons les poses où l'intensité des raies est anormalement forte, car elles donnent aussi des rapports aberrants. Pour tenir compte de la lumière diffusée dans le calcul des altitudes z des couches minces correspondantes, nous avons suivi la méthode exposée récemment par Barbier ([5]), à la fois plus élégante, plus expéditive et plus sûre que celle développée autrefois par l'un de nous ([3]). En admettant que l'absorption atmosphérique résulte de la diffusion moléculaire et de l'absorption par une couche d'ozone de $0^{cm},25$ d'épaisseur, dans les conditions normales, située à 25^{km} d'altitude, nous obtenons les nombres du tableau ci-dessous :

	K.	z.	K'.	z'.
5577 Å.........	2,15	68 km	(2,69 ?)	(100 ?) km
5892	2,19	66	2,74	107
6300	2,09	158	2,70	158

4. Dans une deuxième série d'observations, faite pendant l'hiver 1943-1944, nous avons mesuré le rapport K' entre les intensités à 80° du zénith (vers le Nord) et à 10° du zénith (vers le Sud). Il est beaucoup plus sensible à l'altitude, mais aussi sujet à de plus grandes variations. Bien que nous ayons été arrêtés après 25 mesures seulement par l'impossibilité de nous procurer des plaques assez sensibles, les courbes de fréquence relatives aux raies 5892 et 6300 Å présentent encore des maxima nets vers K' = 2,70, mais, pour la raie 5577 Å, les nombres sont extraordinairement dispersés. Les moyennes adoptées et les altitudes correspondantes z' se trouvent aussi dans le tableau précédent.

5. Les résultats des deux séries de mesures ne concordent vraiment bien que pour la raie 6300 Å. Il paraît donc raisonnable de conclure provisoirement que les raies 5577 et 5892 Å doivent être émises à des altitudes voisines l'une de l'autre, de l'ordre de 65 à 100^{km}, et que la raie 6300 Å est émise à une altitude supérieure, de l'ordre de 160^{km}.

Rappelons qu'Elvey et Miss Farnsworth avaient trouvé 500^{km} environ pour les deux raies de l'oxygène et la bande voisine de 6560 Å, alors que, pour rendre compte de leurs observations, Abadie, Vassy et Mme Vassy avaient imaginé l'existence de deux couches lumineuses de brillances comparables situées l'une vers 65 à 70^{km}, l'autre à 1 millier de kilomètres d'altitude.

([5]) *Annales de Géophysique*, **1**, 1944, p. 144.

ENTOMOLOGIE AGRICOLE. — *Le tétrachlorure de carbone, agent très efficace de lutte contre les insectes destructeurs de denrées alimentaires.* Note de M. **Émile Brumpt**, présentée par M. Émile Roubaud.

Les circonstances dans lesquelles vit le peuple français, depuis plusieurs années, ont obligé beaucoup de gens prévoyants à faire, pendant leur séjour dans les campagnes, certaines provisions de légumes secs et souvent aussi de viandes salées ou fumées. D'autre part la difficulté des transports a obligé des producteurs ou des répartiteurs de céréales à emmagasiner, plus longtemps qu'il n'aurait fallu, de grands stocks, qui ont été souvent la proie des charançons. Ces derniers ont parfois transformé en poussière les grains d'orge destinés à remplacer le café, conservés précieusement dans quelque sac de toile.

Depuis longtemps, le sulfure de carbone a été utilisé dans les grands entrepôts et dans les élévateurs de grains. Mais cette substance, très inflammable, explosible, toxique, ne peut guère être employée dans l'économie ménagère qui nous intéresse particulièrement. Par contre le tétrachlorure de carbone, qui est un excellent insecticide, n'est pas inflammable, possède une odeur éthérée agréable et n'est pas toxique pour l'homme [1], chez lequel il est employé comme anthelminthique.

Le tétrachlorure de carbone est employé depuis très longtemps par les collectionneurs d'insectes qui, dans les pays humides, le préfèrent comme insecticide au cyanure de potassium qui y devient déliquescent. Depuis quelques années nous nous servons de ce produit, à la Station expérimentale de Richelieu (Indre-et-Loire), pour tuer tous les insectes que nous désirons conserver pour les collections et surtout pour détruire les insectes qui parasitent les graines et les denrées alimentaires.

En quelques heures, les bruches des haricots (*Acanthoscelides obtectus*), les calandres (*Calandra granaria*) des graines de maïs et d'orge sont tués à l'intérieur des graines, qui, quand elles ne sont pas trop attaquées, ne perdent pas leur pouvoir germinatif. C'est pourquoi nous traitons systématiquement par le tétrachlorure toutes les graines récoltées et destinées aux semailles de l'année suivante.

---

[1] Le tétrachlorure de carbone, qui peut être obtenu à peu près pur et présente une composition chimique constante, a été préconisé pour le traitement des helminthiases des animaux par M. C. Hall, en 1921. Dès 1922 d'excellents résultats ont été obtenus chez l'homme par Lambert, aux îles Fidji, où 1000 Européens, 6500 Hindous et 13000 Fidjiens avaient été traités pour ankylostomose. Depuis cette époque, ce produit a été utilisé dans toutes les régions tropicales du Globe où sévit cette maladie. On le donne à la dose de $0^{cm^3},2$ par année d'âge jusqu'à 15 ans, avec un maximum de 3 à 4^{cm^3}. D'après Smith (1925), les accidents toxiques mortels, très rares d'ailleurs, attribués à ces médicaments sont dus aux impuretés, en particulier au sulfure de carbone qu'il peut renfermer.

Les dermestes du lard (*D. lardarius*), qui s'attaquent aux salaisons, aux viandes fumées de Porc ou de Veau, sont aussi détruits en quelques heures.

Nous n'aurions pas publié cette Note si nous n'avions lu dans le magistral ouvrage de Balachowsky et F. Mesnil (²), en note, à la page 1854 du volume de 1936, que « l'emploi de ce produit a été maintes fois recommandé en remplacement du sulfure de carbone, mais que son pouvoir insecticide est très faible et sa volatilité insuffisante ». Or nous ne saurions accepter l'opinion de ces auteurs. En effet, si nous mettons une boîte métallique, percée de trous renfermant du coton imbibé de 5 ou 10^g de tétrachlorure, au fond d'un bocal de verre de 5 litres, haut de 32^{cm}, rempli d'orge rongé par d'innombrables *Calandra granaria*, nous verrons, en quelques heures, les insectes fuir le fond du bocal et remonter vers le haut, puis succomber en masse après une douzaine d'heures, en été tout au moins ; le bocal étant simplement fermé par trois épaisseurs de papier de journal.

Par ce même procédé, nous avons obtenu, en 24 heures, en été, la destruction des bruches du haricot à l'intérieur des graines, ainsi que la mort de certaines espèces de chenilles de papillons s'attaquant à la farine, au son et aux conserves de haricots verts, séchés après avoir été ébouillantés.

Pour les salaisons et la viande fumée, d'un volume plus ou moins considérable, une lessiveuse, hermétiquement fermée et dont les bords du couvercle peuvent être colmatés avec de la terre glaise, suffit pour la destruction des dermestes.

En résumé, le tétrachlorure de carbone remplit toutes les conditions demandées à un bon insecticide :

1° C'est un liquide qui possède une tension de vapeur suffisante pour se volatiliser à la température ordinaire, en été tout au moins.

2° Les vapeurs se diffusent rapidement à travers les masses à désinsectiser.

3° Ce liquide s'évapore sans laisser de traces et ne donne aucun goût particulier aux grains et aux légumes secs traités.

4° Même après un séjour de quatre jours avec des graines, il n'empêche pas la germination de ces dernières.

5° Il n'est ni inflammable, ni explosif.

6° Il n'est pratiquement pas toxique pour l'homme.

7° Enfin son prix de revient est peu élevé.

Telles sont les raisons pour lesquelles, dans les conditions actuelles, ce produit, facile à se procurer dans le commerce, doit être conseillé aux agriculteurs et aux ménagères.

(²) *Les insectes nuisibles aux plantes cultivées. Leurs mœurs. Leur destruction.* Paris, 1935 et 1936.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur les affinités du Daman* (Procavia). Note de M[lle] **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

Le Daman, Hyrax ou *Procavia*, est un petit Mammifère très énigmatique, répandu en Afrique et en Syrie. Son aspect extérieur est celui d'un Rongeur et tous les anciens zoologistes l'ont considéré comme tel. G. Cuvier, le premier, montra les différences qui le séparent des Rongeurs. Plusieurs caractères fondamentaux, l'axe d'appui des extrémités passant par le rayon n° 3, la morphologie des hémisphères cérébraux, la présence d'une poche gutturale, diverticule de la trompe d'Eustache, en font, avec évidence, comme des travaux récents ont contribué à l'établir, un Ongulé périssodactyle. Le Daman, il est vrai, est le seul Ongulé actuel de taille si réduite, mais, à l'époque tertiaire, il a vécu des Ongulés très petits, l'*Hyracotherium leporinum* Owen, de l'Éocène (London Clay), par exemple.

Les particularités qui rapprochent le Daman des Rongeurs, comme la plantigradie et le grand développement de l'os intermaxillaire, sont, en réalité, des caractères archaïques.

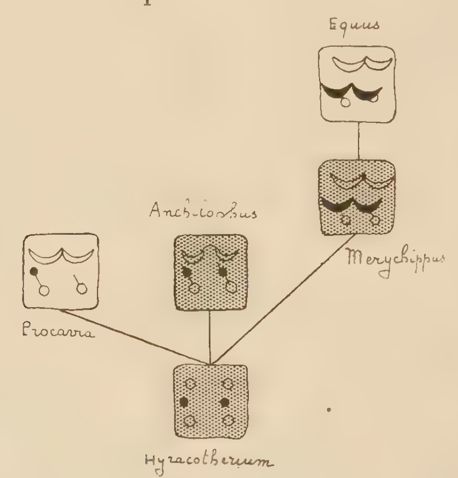


Schéma destiné à faire comprendre l'évolution des molaires supérieures des Équidés primitifs (au milieu), du *Procavia* (à gauche) et des Équidés encore actuels (à droite). La molaire choisie est la première M^1; sa face externe est en haut, sa face antérieure, à gauche; les tubercules intermédiaires sont en noir. La molaire des formes éteintes : *Hyracotherium* (Éocène inférieur), *Anchilophus* (Éocène supérieur), *Merychippus* (Miocène), est en grisé; celle des formes actuelles : *Procavia*, *Equus*, en blanc.

Au cours d'une mission du Ministère de l'Éducation nationale, et grâce à M. H. Schouteden, Directeur du Musée du Congo belge, j'ai pu effectuer, à Tervueren, des recherches sur le développement de la dentition du Daman, recherches qui me permettent de préciser, par un critère de grande importance, la position systématique de cet animal.

La formule du *Procavia*, pour l'une et l'autre dentitions, est, d'après A. Braun (1913) :

it...	3	*ct*...	1	*mt*...	4		
I....	$\frac{1}{2}$	C...	$\frac{0}{0}$	P....	$\frac{4}{4}$	M...	$\frac{3}{3}$.
it...	3	*ct*...	1	*mt*...	4		

Les dents jugales (molaires et prémolaires), toujours plus ou moins abrasées par l'usage, rappellent, jusqu'à un certain point, celles du Rhinocéros; mais leur véritable morphologie, au stade vierge, intra-alvéolaire, était, jusqu'ici, inconnue; c'est à ce stade que j'ai étudié les molaires temporaires d'un jeune Daman et les molaires définitives d'un sujet presque adulte.

Au maxillaire supérieur, toutes ces dents présentent deux tubercules externes, en croissant, deux tubercules internes et deux crêtes obliques qui, partant des tubercules internes, se dirigent de dedans en dehors et d'arrière en avant, la crête antérieure aboutissant à un petit tubercule, l'intermédiaire antérieur (protoconule). Cette disposition, légèrement tœchodonte ([1]), rappelle ce qu'on observe aux molaires supérieures des Équidés primitifs : l'*Anchilophus* (Éocène supérieur d'Europe) et le *Mesohippus* (Oligocène nord-américain) surtout dont le type morphologique, bien que déjà évolué, est encore celui constaté à l'origine de tous les groupes mammaliens placentaires, à savoir : trois rangées longitudinales de tubercules : deux externes, deux intermédiaires, deux internes ([2]), la rangée intermédiaire tendant à disparaître chez le Daman, en commençant par le tubercule postérieur (métaconule) qui n'existe plus.

Au maxillaire inférieur, les molaires, constituées de deux crêtes en V ouvertes du côté lingual, dont l'antérieure est, de beaucoup, la plus réduite, dérivent, également, du type cuspidien des Équidés archaïques (*Anchilophus*) à quatre tubercules, deux externes et deux internes, où les externes, déjà en croissant, sont unis, vers l'arrière, aux internes; ces derniers ne sont plus discernables chez le *Procavia*.

Il convient de souligner que les formes primitives d'Équidés, l'*Hyracotherium* surtout, étaient brachyodontes, la morphologie des molaires étant distincte chez l'adulte. Au cours des temps géologiques, on assiste, dans ce groupe, à l'évolution de l'hypsodontie, et, chez le Daman, comme chez le Cheval actuel, les molaires sont abrasées dès leur sortie de l'alvéole.

En résumé, au point de vue dentaire, le Daman se rapproche surtout des Équidés primitifs, à formule cuspidienne des molaires $\frac{\text{III (2)}}{\text{II (2)}}$ et à légère tœchodontie. Il est plus évolué qu'eux, et l'évolution s'est produite, au maxillaire supérieur, par effacement des tubercules intermédiaires, en commençant par le postérieur, et, au maxillaire inférieur, par effacement des tubercules internes. Il s'éloigne, par contre, de la lignée des Équidés encore actuels (*Equus*), dont l'évolution s'affirme, au cours de l'époque tertiaire, par la prépondérance, aux molaires supé-

([1]) J'ai nommé tœchodontes (de τοῖχος, muraille) les molaires dont les tubercules se disposent, secondairement, en crêtes transversales (M. Friant, *Publications du Muséum*, 1, 1933, p. 114).

([2]) M. Friant, *Publications du Muséum*, 1, 1933, p. 123; *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1135.

rieures, des tubercules intermédiaires ([3]) et l'établissement du type bélodonte ([4]).

La dentition du Daman permet donc de préciser les affinités de ce Mammifère : il constitue, de nos jours, le témoin d'un groupe archaïque d'Ongulés périssodactyles proche de la souche ancestrale des Équidés.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la plasticité des tissus dans le complexus urogénital du Singe femelle au moment de sa naissance.* Note de Mme **Véra Dantchakoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Des travaux précédents ont indiqué, que, chez le Cobaye femelle, deux groupes de tissus, dans son système urogénital, gardent une plasticité remarquable, et ceci à une période avancée de la vie embryonnaire. Ce sont la cellule germinale dans l'ovaire et le groupe de tissus qui, normalement, dans le sexe mâle, sert à former le pénis et, dans le sexe femelle, se transforme en clitoris.

Chez le Singe en est-il de même, plus particulièrement au moment de sa naissance ? A ce moment les organes génitaux externes du Singe ont atteint leur différenciation définitive : les deux conduits de la femelle, l'urèthre et le vagin, sont distincts : au devant de l'orifice uréthral se trouve un nodule tissulaire, le clitoris. A l'âge d'un mois, le clitoris se présente, chez le *Macacus rhesus*, sous la forme d'un bourgeon insignifiant, recouvert d'un repli cutané, fermement accolé au tissu caverneux sous-jacent.

Cet organe rudimentaire a révélé une faculté étonnante de réagir à l'hormone mâle. Des injections hebdomadaires (50^{mg} de propionate de testostérone par injection) furent faites à une femelle, depuis sa naissance. Il suffit de dire, qu'au bout d'un mois (après 4 injections), la petite femelle a dû être séparée de sa mère (normalement le bébé est accroché à sa mère dans une étreinte étroite), et pour une raison assez inattendue : la mère tiraillait constamment l'organe assez volumineux qui se trouvait dans la région génitale externe de sa fille. Le tissu caverneux du clitoris avait subi une croissance intense, plus rapide que le repli cutané qui l'entourait et proéminait fortement; ces tiraillements causèrent des écorchures à la surface de l'organe.

La testostérone, hormone étrangère à l'organisme femelle, fut bien supportée par le bébé femelle du singe. Son poids, sa chevelure brillante, son activité remarquable l'emportaient de beaucoup sur ceux d'un bébé femelle normal.

La transformation du clitoris, à la suite de l'injection de l'hormone mâle, n'aboutit pas à l'édification d'un pénis, l'organe obtenu n'étant pas

([3]) M. Friant, *Bulletin du Muséum*, 8, 1936, p. 200.

([4]) J'ai nommé bélodontes (de βέλος, flèche) les molaires dont les tubercules sont disposés en crêtes longitudinales, antéropostérieures (M. Friant, *Publications du Muséum*, 1, 1933, p. 113).

perforé par le canal urinaire. Il n'en pouvait guère être autrement, car, au moment de la naissance, le canal urinaire s'ouvre en dehors du tissu doué de la faculté de réagir à l'hormone mâle. Néanmoins, le clitoris du bébé nouveau acquit à trois mois une architecture extérieure très similaire à un pénis; l'organe exécutait en outre fréquemment des mouvements cloniques.

Il existe une ressemblance remarquable entre les résultats obtenus dans notre expérience et les malformations congénitales connues sous le nom d'*épispadie.* Le développement imparfait du pénis dans ce dernier cas et l'état imparfait du nouvel organe surajouté expérimentalement aux organes femelles ont une causalité similaire : une déficience hormonale. Dans notre expérience, l'introduction de l'hormone fut trop tardive, alors que, dans les cas d'épispadie, une déficience hormonale quantitative a dû avoir lieu au moment où l'ébauche pénienne devait s'associer au conduit urinaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Yobyrine, harmane et céto-yobyrine.* Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les formules de constitution que C. Scholz (1) avait attribuées à trois dérivés de la yohimbine, la yobyrine, la tétrahydro-yobyrine et la céto-yobyrine, sont tenues pour inexactes par B. Witkop (2), qui s'est appuyé notamment sur la similitude des spectres d'absorption dans l'ultraviolet du premier de ces dérivés et du nor-harmane :

Yobyrine (d'après Witkop).

Cétoyobyrine (d'après Witkop).

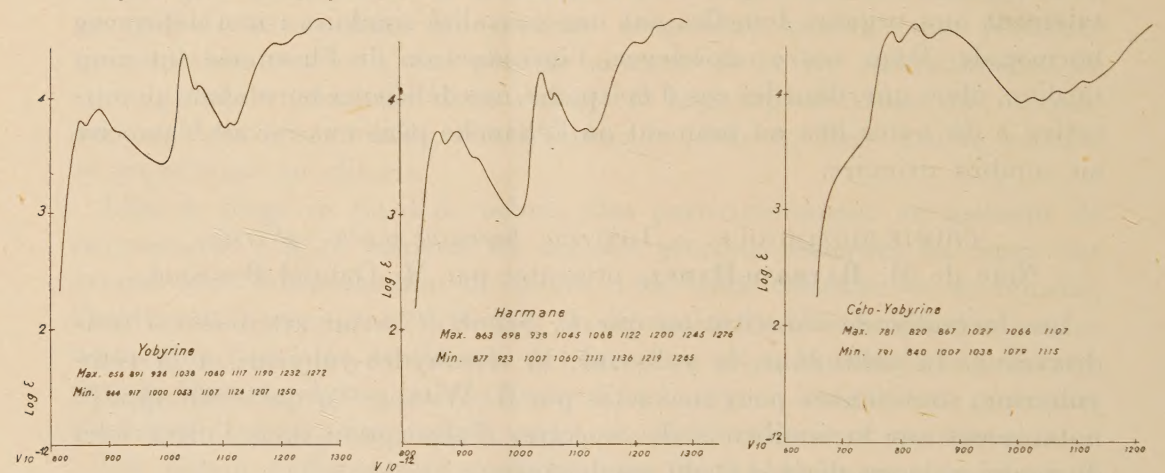
Harmane.

Ayant pu constater que ces deux spectres se rapprochent beaucoup de celui de l'harmane, nous avons voulu savoir si cette analogie s'étend aux propriétés physiologiques de ces substances et nous avons été ainsi

(1) *Dissert. Dr. techn. Wiss., Zurich*, 1934.

(2) *Liebig's Ann.*, 554, 1943, pp. 83-126; F. Pruckner et B. Witkop, *ibid.*, pp. 127-144.

amené à comparer les effets pharmacologiques de la yobyrine [3] et de l'harmane [4]. Nous avons pu ainsi constater que, tout au moins à des doses moyennes, la yobyrine et l'harmane possèdent une indéniable activité sympathicosthénique qui les oppose à la yohimbine, à ses isomères et à la presque totalité de ses dérivés, que nous savons doués d'un pouvoir sympathicolytique majeur. Remarquons toutefois que l'augmentation et la prolongation de l'action hypertensive de l'adrénaline, que nous tenons pour caractéristiques des substances sympathicosthéniques, sont plus marquées avec la yobyrine qu'avec l'harmane. Notons aussi que, comme la yohimbine, la yobyrine et l'harmane abaissent la pression artérielle.



Quant à la cétoyobyrine, son spectre d'absorption dans l'ultraviolet s'est révélé si différent de celui de la yobyrine que nous hésitons à accepter la formule que lui a attribuée Witkop, car elle exige qu'on admette l'existence dans ces deux dérivés du groupement carbolinique qui, en tant que chromophore essentiel, devrait faire apparaître de grandes analogies dans les spectrogrammes des deux substances. Certes, bien que nous ayons pu nous assurer que la substitution d'un groupement cétonique à l'oxhydrile alcoolique du 5ᵉ noyau de la yohimbine ne modifie pas sensiblement l'absorption dans l'ultraviolet de cette substance, nous ne doutons pas que cette substitution ait une grande influence sur le spectrogramme quand elle s'exerce sur l'un des autres anneaux de ladite substance. Mais, parce que nous ne croyons pas qu'une telle substitution puisse faire apparaître les bandes caractéristiques de la tétrahydrocarboline si elle s'opère sur une substance carbolinique, nous tenons pour insuffisamment démontrée la formule de constitution que Witkop a donnée de la cétoyobyrine.

La séance est levée à 15ʰ40ᵐ. L. B.

---

(3) Mis à ma disposition par M. Wibaut, d'Amsterdam.
(4) Préparé par M. Douglas Graham Harvey, de London.